

LEERPLAN

WISKUNDE

(algemeen vak - lestijd: 4 uur per week)

Secundair Onderwijs - IIde graad - Studierichting Rudolf Steinerpedagogie

ingediend door: Federatie van Rudolf Steinerscholen in Vlaanderen vzw
lid van de European Council of R. Steiner-Waldorf Schools
p/a Kasteellaan 54
9000 Gent
09/233.04.06

datum: 28 februari 2003

Inhoud

1. Beginsituatie.....	3
2. Doelstellingen	4
2.1. Inleiding	4
2.2. Leerplandoelstellingen	4
2.2.1. Algemene doelstellingen.....	5
2.2.2. Getallenleer en algebra.....	6
2.2.3. Reële functies	6
2.2.4. Rijen en logartimen	6
2.2.5. Meetkunde.....	7
2.2.6. Combinatieleer en kansrekening.....	7
3. Leerinhouden.....	8
3.1. Getallenleer en algebra.....	8
3.2. Reële functies	8
3.3. Rijen en logaritmen	8
3.4. Meetkunde.....	9
3.5. Combinatieleer en kansrekening	9
4. Minimale materiële vereisten	10
5. Evaluatie.....	11
6. Methodologische wenken.....	12
7. Bibliografie.....	13

1. Beginsituatie

Er wordt van uitgegaan dat de basisconstructies (bissectrice hoek, loodlijn uit punt op rechte, middelloodlijn lijnstuk, rechte evenwijdig aan gegeven rechte,...), evenals hun definitie als puntverzameling, en de congruente transformaties (spiegeling, puntspiegeling, verschuiving, rotatie) met hun eigenschappen zijn gekend.

Er wordt verwacht van de leerlingen dat ze vlot met rationale getallen, al of niet voorgesteld door letters, kunnen rekenen. Tevens wordt ervan uitgegaan dat de leerlingen de vier hoofdbewerkingen met rationale getallen, de machtsverheffing met natuurlijke exponent en de worteltrekking van volkomen kwadraten vlot kunnen uitvoeren. Tevens moeten de vier bewerkingen met veeltermen, de merkwaardige producten $(a \pm b)^2$, $(a \pm b)^3$, $(a + b)(a - b)$ en de toepassing ervan in het ontbinden in factoren reeds ingeoefend zijn geweest, evenals de eerstegraadsvergelijkingen met 1 onbekende.

2. Doelstellingen

2.1. Inleiding

In de Rudolf Steinerscholen wordt het rekenonderwijs in drie fasen onderverdeeld. De eerste fase loopt van de eerste tot de vijfde klas lagere school: hier wordt het rekenen steeds in nauw verband met de leefwereld van het kind aangebracht. De tweede fase loopt van de zesde klas tot het tweede jaar van het secundair onderwijs: hier komt vooral het praktische aspect van het rekenen aan bod. De derde fase, vanaf de tweede graad secundair onderwijs, wordt gekenmerkt door de klemtoon op het rationele element.

De algemene doelstellingen van het vak wiskunde in de Rudolf Steinerscholen kunnen als volgt worden opgesomd:

- het vormen van het gewoontelevens;
- het bevorderen van het bewustworden van eigen vermogens en identiteit;
- het ontwikkelen van het kwalitatieve en analyserende denken;
- het bevorderen van het concentratievermogen d.m.v. het aanbrengen van systematiek in het denken (orde, geen stappen overslaan, ...);
- de leerlingen leren zich houden aan een aantal afspraken;
- het aanleggen van het streven naar nauwkeurigheid, exactheid;
- het aanbieden van een innerlijke zekerheid (zelfvertrouwen) – d.m.v. het objectieve karakter van de wiskunde – die als steun kan dienen bij de ontwikkeling tot een vrij, volwassen mens;
- de leerlingen leren in hun denken los te komen van de concrete voorstellingen, o.m. door het letterrekenen;
- de leerlingen leren hun gedachten correct en geordend te formuleren.

Het onderwijs in rekenen en wiskunde is erop gericht dat de leerlingen:

- basisvaardigheden verwerven, eenvoudige wiskunde-taal kunnen begrijpen en toepassen in praktische situaties;
- kunnen reflecteren op eigen wiskundige activiteiten en resultaten daarvan op juistheid controleren;
- eenvoudige verbanden, regels, patronen en structuren kunnen opsporen;
- onderzoeks- en redeneerstrategieën van de leerkracht kunnen volgen;
- oog krijgen voor het schone van de wiskunde;
- een positieve houding ontwikkelen ten opzichte van het vak wiskunde.

Er zijn vakoverschrijdende verbanden te leggen met inhouden uit de lessen Exploratie (landmeten), Aardrijkskunde (aardbevingen), Fysica (kinematica), Nederlands (verwoorden van stellingen, werkwijzen, enz.). Andere mogelijke vakoverschrijdende doelstellingen: formules aanleren via spraakvormingsoefeningen, leren leren (regelmatig studeren, zelfredzaamheid bij het opzoeken van formules e.d. en bij het maken van oefeningen,...).

2.2. Leerplandoelstellingen

Het eerste jaar van de tweede graad is de grote overgang van wiskundig rekenen naar wiskundig denken. Er wordt veel leerstof van de eerste graad herhaald en uitgediept, waarbij het niet meer

voldoende is een gekende formule te kunnen gebruiken, maar waarbij de leerlingen moeten weten hoe formules opgesteld worden.

In de tweede graad moeten de leerlingen het causale denken oefenen. Met behulp van de wiskunde zullen de leerlingen de wereld trachten te begrijpen als oorzaak en gevolg. Op die manier zullen ze ontdekken dat die wereld nog vol geheimen zit.

Ze leren tot eenvoudige bewijsvoeringen te komen door eerst te leren 'na-denken' wat door de leraar 'voor-gedacht' werd. De leerlingen moeten leren wakker worden in het denken: wiskunde wordt méér dan alleen maar het toepassen van 'spelregels'; de resultaten van het denken moeten ook getoetst worden aan de werkelijkheid en de leerlingen leren de dingen die ze begrepen hebben in de juiste wiskundige taal onder woorden brengen. Het is belangrijk dat ze een logische opeenvolging van denkstappen kunnen doorgronden en zelf opnieuw kunnen samenstellen, zonder dit uit het hoofd geleerd te hebben. Ze moeten leren inzien dat een algemene oplosmethode niet steeds de snelste en de beste is; ook in de wiskunde is de ontwikkeling van creativiteit in het denken een hoofdzaak.

De wiskunde is het vak bij uitstek om bij de leerlingen een studiehouding te ontwikkelen. Ze moeten stilaan leren beseffen dat regelmaat bij studie een noodzaak is en dat een regelmatig gedoseerde inspanning een veel groter rendement geeft dan een eenmalige grote inzet.

Wat de meetkunde betreft, is de leerstof vooral geënt op de gedachte dat de leerling vanaf de tweede graad in staat is een binnenwereld en een buitenwereld te ervaren. In het tweede jaar van de tweede graad gaat alle aandacht naar de driehoeksmetkunde. Er moet echter ook ruimte worden gemaakt om het voorstellingsvermogen in het driedimensionale te oefenen, bijvoorbeeld aan de hand van doorsnijdingen van een kubus of projecties van ruimtelijke voorwerpen met vooraanzicht, zijaanzicht en bovenaanzicht.

2.2.1. Algemene doelstellingen

De leerlingen kunnen

1. eenvoudige wiskundetaal begrijpen en gebruiken; (ET 1)
2. probleemoplossende vaardigheden toepassen; (ET2)
3. de gemaakte keuzes voor representatie- en oplossings technieken verantwoorden; (ET 3)
4. resultaten op hun betrouwbaarheid controleren; (ET 4)
5. informatie- en communicatietechnologie gebruiken om wiskundige informatie te verwerken, berekeningen uit te voeren of wiskundige problemen te onderzoeken; (ET 5)
6. kennis, inzicht en vaardigheden die ze verwerven in wiskunde, gebruiken bij het verkennen, vertolken en verklaren van problemen uit de realiteit; (ET 6)
7. voorbeelden geven van reële problemen die m.b.v. wiskunde kunnen worden opgelost. (ET 7)

De leerlingen

8. leren het belang en de noodzaak van bewijsvoering, eigen aan de wiskunde, inzien;* (ET 8)
9. leren dat gegevens uit een probleemstelling toegankelijker worden door ze doelmatig weer te geven in een geschikte wiskundige representatie of model;* (ET 9)
10. ontwikkelen zelfregulatie: het oriënteren op de probleemstelling, het plannen, het uitvoeren en het bewaken van het oplossingsproces;* (ET 10)
11. ontwikkelen zelfvertrouwen door succeservaring bij het oplossen van wiskundige

problemen;* (ET 11)

12. ontwikkelen zelfstandigheid en doorzettingsvermogen bij het aanpakken van problemen;* (ET 12)

13. leren samenwerken met anderen om de eigen mogelijkheden te vergroten.* (ET 13)

2.2.2. Getallenleer en algebra

De leerlingen kunnen

14. reële getallen zien als eindige of oneindig doorlopende decimale getallen en kunnen reële getallen voorstellen op een getallenas; (ET 14)

15. voor machten met gehele exponenten en voor vierkantswortels bij berekeningen rekenregels gebruiken; (ET 15)

16. bij praktische formules één variabele in functie van de andere schrijven; (ET 16)

17. tweedegraadsveeltermen ontbinden in factoren van de eerste graad; (ET 17)

18. vergelijkingen van de eerste en de tweede graad in één onbekende oplossen; (ET 18)

19. ongelijkheden van de eerste en de tweede graad in één onbekende oplossen; (ET 19)

20. problemen oplossen die vertaald kunnen worden naar:

- een vergelijking van de eerste en de tweede graad in één onbekende;

- een ongelijkheid van de eerste en de tweede graad in één onbekende; (ET 20)

2.2.3. Reële functies

De leerlingen kunnen

21. in betekenisvolle situaties, die kunnen beschreven worden met een functie, de samenhang aangeven tussen verschillende voorstellingswijzen, met name verwoording, tabel, grafiek en voorschrift; (ET 21)

22. uitgaande van het voorschrift van de standaardfuncties $f(x)=x$ en $f(x)=x^2$ de coördinaten van een aantal punten van de grafiek berekenen en vervolgens de grafiek schetsen; (ET 22)

23. vanuit de grafiek van de standaardfuncties $f(x)=x$ en $f(x)=x^2$ de grafiek van de functies $f(x) + k$, $f(x+k)$, $kf(x)$ opbouwen; (ET 23)

24. domein, bereik, nulwaarden, tekenveranderingen, stijgen en dalen, extrema, symmetrie afleiden uit de bekomen grafieken, vermeld in doelstellingen 22 en 23; (ET 24)

25. het voorschrift bepalen van een eerstegraadsfunctie die gegeven is door een grafiek of tabel; (ET 25)

26. het verband leggen tussen de oplossing(en) van vergelijkingen en ongelijkheden van de eerste en tweede graad in één onbekende en een bijpassende grafische voorstelling; (ET 26)

27. stelsels van twee vergelijkingen van de eerste graad met twee onbekenden algebraïsch oplossen en de oplossing grafisch interpreteren, eventueel met behulp van ICT; (ET 27)

28. in toepassingen a en b interpreteren bij gebruik van de eerstegraadsfunctie $f(x) = ax + b$; (ET 28)

29. problemen oplossen die vertaald kunnen worden naar stelsels van twee vergelijkingen van de eerste graad met twee onbekenden. (ET 29)

2.2.4. Rijen en logartimen

De leerlingen

- 30. kunnen in bewerkingen werken met rationale exponenten in de machten; (ET 30)
- 31. kunnen een willekeurige term, een beginterm, de rangorde of het verschil (resp. quotiënt) berekenen in een rekenkundige (resp. meetkundige) rij; (ET 31)
- 32. kunnen de som van de termen in een rekenkundige en meetkundige rij berekenen; (ET 32)
- 33. kennen het begrip logaritme en kunnen het toepassen op eenvoudige voorbeelden; (ET 33)
- 34. kunnen met Briggse logaritmen rekenen; (ET 34)
- 35. kunnen bewerkingen vereenvoudigen m.b.v. logaritmen. (ET 35)

2.2.5. Meetkunde

De leerlingen

- 36. kunnen gelijkvormigheid van figuren verklaren m.b.v. schaal en congruentie; (ET 36)
- 37. kunnen de gelijkvormigheid van driehoeken en de stelling van Thales gebruiken om de lengte van lijnstukken te berekenen; (ET 37)
- 38. kunnen de stelling van Pythagoras gebruiken bij berekeningen, constructies en in bewijzen; (ET 38)
- 39. kunnen de begrippen straal, koorde, raaklijn, middelpuntshoek en omtrekshoek gebruiken bij berekeningen, constructies en bewijzen; (ET 39)
- 40. kunnen een raaklijn aan een cirkel construeren vanuit een punt op de cirkel en vanuit een punt buiten de cirkel; (ET 40)
- 41. kunnen de goniometrische getallen sinus, cosinus en tangens van een hoek definiëren als de verhoudingen van zijden van een rechthoekige driehoek; (ET 41)
- 42. kennen de definities van sinus, cosinus en tangens binnen een goniometrische cirkel; (ET 42)
- 43. kunnen problemen met zijden en hoeken van driehoeken uit de technische wereld oplossen door een efficiënte keuze te maken uit:
 - de stelling van Thales;
 - de stelling van Pythagoras;
 - goniometrische getallen; (ET 43)
- 44. kennen het getal π en zijn toepassingen in de formules voor omtrek en oppervlakte van de cirkel; (Et 44)
- 45. kunnen de inhoud van een kubus, balk, cilinder, bol en kegel berekenen; (ET 45)
- 46. kunnen rechthoekige en willekeurige driehoeken volledig oplossen.

2.2.6. Combinatieleer en kansrekening

De leerlingen

- 47. kunnen permutaties, variaties en combinaties zonder herhaling oplossen; (ET 46)
- 48. kennen de driehoek van Pascal en kunnen hiervan gebruik maken om eenvoudige praktische problemen op te lossen; (ET 47)
- 49. kennen de basisbegrippen van de kansrekening en kunnen eenvoudige oefeningen hierop maken. (ET 48)

3. Leerinhouden

3.1. Getallenleer en algebra

- herhaling en uitdieping van:
 - eentermen
 - veeltermen
 - merkwaardige producten
 - ontbinden in factoren (regel van Horner)
- het begrip reële getallen kennen en gebruiken
- vergelijkingen en ongelijkheden:
 - eerstegraads- en tweedegraadsvergelijkingen in \mathbb{R} met bespreking
 - ongelijkheden van de eerste graad met één onbekende oplossen in \mathbb{R}
 - ongelijkheden van de tweede graad met één onbekende oplossen in \mathbb{R}
- het binaire en andere getallenstelsels:
 - overgang van het ene naar het andere getallenstelsel
 - bewerkingen binnen een getallenstelsel

3.2. Reële functies

- de lineaire functie (de rechte):
 - richtingscoëfficiënt
 - stijgen en dalen
 - nulpunten
 - grafiek
 - tekenonderzoek
- de kwadratische functie (de parabool):
 - grafiek
 - nulpunten
 - stijgen en dalen
 - maximum en minimum (extremen)
 - hol of bol
 - tekenonderzoek

3.3. Rijen en logaritmen

- rijen:
 - definitie, beginterm, rangorde en som der termen van rekenkundige en meetkundige rijen
- machten met rationale exponenten
- logaritmen:
 - willekeurige logaritmen (eventueel met rekenlineaal of logaritmentabel)

- Briggse logaritmen

3.4. Meetkunde

- inhoudsberekeningen van een kubus, balk, cilinder, bol en kegel
- de cirkel
 - kennismaking met het getal π
 - omtrek
 - oppervlakte
 - omtrekshoeken en middelpuntshoeken
 - enkele raaklijnconstructies
 - koordenvierhoeken
 - raaklijnviervhoeken
- goniometrische verhoudingen (sinus, cosinus, tangens)
- driehoeksmetkunde met rechthoekige driehoeken
- goniometrische getallen van verwante hoeken
- cosinusregel
- sinusregel
- driehoeksmetkunde met willekeurige driehoeken (toepassingen als voorbeelden)
- gelijkvormigheidskenmerken van een driehoek formuleren
- gelijkvormigheidskenmerken van een figuur beschrijven met behulp van schaal en congruentie
- de stelling van Thales formuleren
- gelijkvormigheid van een driehoek en de stelling van Thales toepassen bij constructies en bij het berekenen van de lengte van lijnstukken
- de stelling van Pythagoras formuleren en gebruiken bij bewerkingen, constructies en bewijzen

3.5. Combinatieleer en kansrekening

- samengestelde beslissingen
- permutaties zonder herhaling
- variaties zonder herhaling
- combinaties zonder herhaling
- driehoek van Pascal
- kansberekening:
 - formule van Laplace met eenvoudige toepassingen

4. Minimale materiële vereisten

De lessen wiskunde worden gegeven in het eigen klaslokaal van de leerlingen.

De leerkracht wiskunde beschikt over een rekenmachine en over behoorlijk materiaal voor het uitvoeren van tekeningen op het bord (passer, geodriehoek, meetlat).

De leerlingen beschikken over een eigen rekenmachine en behoorlijk tekenmateriaal (passer, geodriehoek, meetlat).

5. Evaluatie

Het is belangrijk duidelijk te weten wat er juist moet worden geëvalueerd bij het vak wiskunde. We onderscheiden vijf onderdelen die regelmatig getoetst kunnen worden:

- kennis
- inzicht
- toepassing
- attitude
- vaardigheden

De leerlingen hebben kennis van en inzicht in wiskundige begrippen en eigenschappen. Dit houdt in dat ze voorbeelden kunnen geven, formuleringen, definities of eigenschappen kennen. Hierbij is het vooral belangrijk dat zij wat ze geleerd hebben ook kunnen toepassen in nieuwe situaties. Niet enkel het eindresultaat moet beoordeeld worden maar ook hoe men dat bereikt heeft. Daartoe moeten de leerlingen enkele vaardigheden ontwikkelen zodat zij in staat zijn de procedures en methoden behoorlijk en efficiënt uit te voeren.

Een laatste mogelijkheid om de leerlingen te beoordelen is aan de hand van de attitude, de individuele inspanning die elke leerling moet leveren om hetzelfde doel te bereiken.

6. Methodologische wenken

Bij verschillende onderwerpen (bijvoorbeeld rijen) bestaat de mogelijkheid om te starten van of te verwijzen naar andere vakken of de "praktijk". Men kan ook vertrekken van een praktisch voorbeeld dat de vraag (het "probleem") bij de leerlingen moet wekken. Het probleem wordt dan opgelost. Pas nadien wordt de algemene regel (of formule) verwoord en/of afgeleid.

De leerlingen leren zoveel mogelijk zelf de werkwijze bij een meetkundige constructie of een type-oefening te verwoorden. De leerlingen moeten zelf kunnen ontdekken (i.p.v. alleen te moeten verwerken). Dit vraagt tijd en ruimte waarin ook het rekenen (zonder rekenmachine) nog een belangrijke plaats inneemt.

Tijdens de lessen wordt er gedifferentieerd, zowel qua aantal oefeningen als qua moeilijkheidsgraad. De betere leerlingen proberen ook zelf oefeningen te bedenken. De leerlingen verschillen onderling in de snelheid om iets te doorzien of om de regels toe te passen. Toch is de essentie van ieder onderwerp dat aangeraakt wordt (m.a.w. datgene wat wiskunde ook tot ontwikkelingsstof maakt) door iedere leerling te vatten. Daaraan moet men voldoende aandacht besteden.

7. Bibliografie

- BERNARD, A., ROSBIGALLE, R., HARTMANN, F., LABUDDE, K., BAUM, P., *Mathematikthemen für die 9. und 10. Klasse*, Pädagogische Forschungsstelle, Kassel, 1994.
- BINDEL, E., *Logarithmen für Jederman*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1954.
- FISCHER-ROY, G., *Freude an Mathematik für Jederman*, Verlag am Goetheanum, Dornach, 1988.
- KARLSON, P., *Zauber der Zahlen*, Verlag Ullstein, Berlin, 1965.
- KOWOL, G., *Gleichungen*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1980.
- LOHER-ERNST, L., *Arithmetik und Algebra*, Philosophisch-Anthroposophischer Verlag am Goetheanum, Dornach, 1984.
- STRUIK, D.J., *Geschiedenis van de wiskunde*, Het Spectrum, Utrecht, 1990.
- SWANSON, H., *Geometry for the Waldorf High School, Rough Copy from a Teacher's Notebook*, edited by David Mitchell, Publications Committee, Association of Waldorf Schools of North America.
- ULIN, B., *Der Lösung auf der Spur*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1987.
- VAN DER WAERDEN, B.L., *Ontwakende wetenschap. Egyptische, Babylonische en Griekse wiskunde*, P. Noordhoff, Groningen, 1950.
- VON BARAVALLE, H., *Geometrie als Sprache der Formen*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1980.
- WUSSING, H., ARNOLD, W., *Biographien bedeutender Mathematiker*, Aulis Verlag Deubner & Co Kg, Köln, 1989.
- WYSS, A., BÜHLER, E., LIECHTI, F., PERRIN, R., *Lebendiges Denken durch Geometrie*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1984.