

LEERPLAN

WISKUNDE

(algemeen vak - lestijd: 5 uur per week)

Secundair Onderwijs – Iste graad – A-stroom

ingediend door: Federatie van Rudolf Steinerscholen in Vlaanderen vzw
lid van de European Council of R. Steiner-Waldorf Schools
p/a Kasteellaan 54
9000 Gent
09/233 04 06

datum: 31 mei 1998

Inhoud

1. Beginsituatie	2
2. Doelstellingen	3
2.1. Algemene doelstellingen	3
2.2. Leerplandoelstellingen	4
2.2.1. Eindtmeren	4
2.2.2. Cognitieve doelstellingen	5
2.2.3. Vaardigheden	7
2.2.4. Attitudes	7
3. Leerinhouden	8
3.1. Getallenleer en algebra	8
3.2. Meetkunde	9
4. Minimale materiële vereisten	11
5. Methodologische wenken	12
6. Bibliografie	13

1. Beginsituatie

Wanneer de kinderen uit de lagere school komen, wordt van hen verwacht dat ze reeds een grondige kennismaking hebben gehad met de rekenkunde en de meetkunde. In de Rudolf Steinerpedagogie wordt in de lagere school veel belang gehecht aan het *doen* van wiskunde: ritmisch stappen, bewerkingen lichamelijk of materieel concretiseren, enz. De methodiek is er vooral afgestemd op het concrete, ene geval en niet op abstracties of formules. Bij de invoering van het getalbegrip staat de *kwaliteit* centraal; dat uit zich bijvoorbeeld bij het leren schrijven van de cijfers, waarbij men uitgaat van het wezen van het getal zelf om tot het geschreven symbool te komen.

Op het einde van de zesde klas zouden de leerlingen vertrouwd moeten zijn met de hoofdbewerkingen van de natuurlijke en gebroken getallen. Dat wil zeggen dat er van hen verwacht wordt dat ze vlot kunnen hoofdrekenen (optellen, aftrekken, vermenigvuldigen en delen, met nadruk op de tafels van vermenigvuldiging), dat ze schriftelijk complexere optellingen en aftrekkingen, staartdelingen en vermenigvuldigingen kunnen maken en dat ze in staat zijn decimalen om te zetten in breuken en omgekeerd.

Tevens moeten de leerlingen die in de eerste graad beginnen, vertrouwd zijn met het hanteren van passer en liniaal. Ze moeten een gevoel hebben voor de kwaliteit van verschillende meetkundige vormen.

Tegelijkertijd wordt er een zekere openheid van geest verwacht voor de nieuwe begrippen en vaardigheden die in de eerste graad secundair onderwijs worden aangebracht.

2. Doelstellingen

2.1. Algemene doelstellingen

In de Rudolf Steinerscholen wordt het rekenonderwijs in drie fasen onderverdeeld. De eerste fase loopt van de eerste tot de vijfde klas lagere school: hier wordt het rekenen steeds in nauw verband met de leefwereld van het kind aangebracht. De tweede fase loopt van de zesde klas tot het tweede jaar van het secundair onderwijs: hier komt vooral het praktische aspect van het rekenen aan bod. De derde fase, vanaf de tweede graad secundair onderwijs, wordt gekenmerkt door de klemtoon op het rationele element.

De algemene doelstellingen van het vak wiskunde in de Rudolf Steinerscholen kunnen als volgt worden opgesomd:

- het vormen van het gewoontelevens;
- het bevorderen van het bewustworden van eigen vermogens en identiteit;
- het ontwikkelen van het kwalitatieve en analyserende denken;
- het bevorderen van het concentratievermogen d.m.v. het aanbrengen van systematiek in het denken (orde, geen stappen overslaan, ...);
- de leerlingen leren zich houden aan een aantal afspraken;
- het aanleggen van het streven naar nauwkeurigheid, exactheid;
- het aanbieden van een innerlijke zekerheid (zelfvertrouwen) – d.m.v. het objectieve karakter van de wiskunde – die als steun kan dienen bij de ontwikkeling tot een vrij, volwassen mens;
- de leerlingen leren in hun denken los te komen van de concrete voorstellingen, o.m. door het letterrekenen;
- de leerlingen leren hun gedachten correct en geordend te formuleren.

Het onderwijs in rekenen en wiskunde is erop gericht dat de leerlingen:

- basisvaardigheden verwerven, eenvoudige wiskunde-taal kunnen begrijpen en toepassen in praktische situaties;
- kunnen reflecteren op eigen wiskundige activiteiten en resultaten daarvan op juistheid controleren;
- eenvoudige verbanden, regels, patronen en structuren kunnen opsporen;
- onderzoeks- en redeneerstrategieën van de leerkracht kunnen volgen;
- oog krijgen voor het schone van de wiskunde;
- een positieve houding ontwikkelen ten opzichte van het vak wiskunde.

In de eerste graad kan het wiskunde-onderwijs nog geen voldoende niveau halen om de leerlingen veel eigen creativiteit toe te laten bij het vinden van eigen oplossingswegen bij voorbeeld. Het werk zal voornamelijk onder begeleiding van de leerkracht gebeuren. Ook het abstracte werk, zoals dit bij voorbeeld bij de reële getallen tot uiting komt, blijft bewaard voor de tweede en derde graad.

Er zijn vakoverschrijdende verbanden te leggen met inhouden uit de lessen Technologische Opvoeding, Aardrijkskunde, Geschiedenis en L.O.

2.2. Leerplandoelstellingen

In de eerste graad is het belangrijk dat leerlingen leren over een grens te gaan, dat ze leren het vertrouwde los te laten zonder hun evenwicht te verliezen wanneer ze op de eigen krachten worden teruggeworpen. (Zie hiervoor ook: springen bij L.O., ontdekkingsreizen in het vak geschiedenis, ...) In de wiskunde komt dit tot uiting bij het aansnijden van de negatieve getallen: er wordt van de leerlingen gevraagd te leren werken met elementen waarvan de materiële werkelijkheid quasi onbestaande is. Op die manier leren ze werken met het onbekende (ook: vergelijkingen met één of twee onbekenden) en moeten ze zoeken naar eigen steunpunten, zelfs in de immateriële wereld van de getallen.

In de ontwikkelingsfase van de puberteit is het van groot belang dat de leerlingen van de leraar steunpunten krijgen aangeboden bij het zoeken naar een eigen evenwicht; er moet toch nog steeds wat zekerheid worden aangereikt. Dit zoeken van een evenwicht, het schommelen tussen twee uitersten, deze dualiteit, komt tot uiting bij het leren werken met vergelijkingen met twee en meer onbekenden. Het wiskunde-onderwijs helpt de leerlingen bij de overtuiging dat er steeds naar een oplossing moet gezocht worden; het legt een objectieve basis voor het denken en biedt een zekerheid in het gevoelsleven.

In de Rudolf Steinerpedagogie wordt er veel zorg aan besteed dat deze objectieve basis geen star geheel is van abstracte formules en axioma's, maar dat er ruimte blijft voor beweeglijkheid (transformeren van figuren). Het ontwakken van de oordeelskracht in deze leeftijdsfase moet op de vleugels van de beeldende fantasie (voorstellingskracht) tot ontwikkeling komen. Bijvoorbeeld bij het omvormen van figuren met behoud van oppervlakte doet men hier een sterk beroep op. Ook moeten oordelen objectief gegrond zijn, en niet stoelen op emoties of op mogelijk subjectieve waarnemingen. Hierop wordt ingespeeld met de eerste bewijzen in de meetkunde, bv. aan de hand van congruentiekenmerken. Deze bewijzen dienen ook ter ontwikkeling van het causale denken.

Er wordt tevens een eerste aanzet gegeven tot het vermogen om zich begrijpelijk uit te drukken met behulp van begrippen (bv. aan een andere leerling een meetkundige constructie uitleggen).

2.2.1. Eindtermen

In wat volgt wordt door middel van een nummertje bij de doelstellingen aangegeven met welke eindtermen de hier opgesomde doelstellingen overeenstemmen. Hierbij verwijzen we naar de nummering van de door de Rudolf Steinerscholen ingediende eindtermen krachtens het Besluit van de Vlaamse Regering van 20 juni 1996, bekrachtigd bij Decreet van 24 juli 1996.

We vermelden bij de nummers van de eindtermen geen vak indien deze eindtermen onder het hoofdstuk 'wiskunde' vallen. Indien er in het vak Wiskunde eindtermen worden gerealiseerd uit andere vakken, wordt door middel van een afkorting naar dit vak verwezen.

2.2.2. Cognitieve doelstellingen

a. Getallenleer

De leerlingen

- kunnen natuurlijke, gehele en rationale getallen associëren met realistische en betekenisvolle contexten;¹
- kennen de tekenregels bij gehele en rationale getallen en het begrip 'absolute waarde';²
- weten dat de eigenschappen van de bewerkingen in de verzameling van de natuurlijke getallen geldig blijven en kunnen worden uitgebreid in de verzamelingen van de gehele en rationale getallen;³
- onderscheiden en begrijpen de verschillende notaties van rationale getallen (breuk- en decimale notatie);⁴
- hanteren de gepaste terminologie in verband met bewerkingen: optelling, som, termen van een som, aftrekking, verschil, vermenigvuldiging, product, factoren van een product, deling, quotiënt, deeltal, deler, rest, percent, kwadraat, vierkantswortel, macht, grondtal, exponent, tegengestelde, omgekeerde, absolute waarde, gemiddelde;⁵
- passen afspraken in verband met de volgorde van bewerkingen toe;⁶
- voeren de hoofdbewerkingen (optelling, aftrekking, vermenigvuldiging en deling) correct uit in de verzamelingen van de natuurlijke, de gehele en de rationale getallen;⁷
- rekenen handig door gebruik te maken van eigenschappen en rekenregels van bewerkingen;⁸
- kunnen de getallen aanduiden op de getallenas;⁹
- ordenen getallen en gebruiken de gepaste symbolen ($<$, $>$, $=$, \leq , \geq , \neq);¹⁰
- berekenen machten met grondtal 10 en 2 met gehele exponent en zij passen hierop rekenregels van machten toe;¹¹
- kunnen:
 - de uitkomst van een bewerking schatten;
 - een resultaat oordeelkundig afronden;¹²
- gebruiken procentberekeningen in zinvolle contexten;¹³
- interpreteren een rationaal getal als een getal dat de plaats van een punt op een getallenas bepaalt;¹⁴
- kunnen het verband uitleggen tussen optellen en aftrekken, vermenigvuldigen en delen;¹⁵
- kunnen het rekenkundig gemiddelde en de mediaan berekenen;¹⁶
- kunnen tiendelige getallen (van 0 tot 15) in binaire getallen omzetten en omgekeerd.^{T.O.27}

b. Algebra

De leerlingen

- gebruiken letters als middel om te veralgemenen en als onbekenden;¹⁷
- kunnen de bewerkingen optellen en aftrekken (ook het gebied onder nul) omzetten in concrete realiteiten en lichaamsbewegingen ten opzichte van een vast punt;¹⁸
- kunnen de 6 algebraïsche bewerkingen toepassen:
 - in hoofdrekenen én schriftelijk,
 - in combinatie, met kennis van de hiërarchie;¹⁹
- kunnen twee- en drietermen optellen en vermenigvuldigen en het resultaat vereenvoudigen;²⁰
- kennen de formules voor de volgende merkwaardige producten: $(a \pm b)^2$ en $(a+b)(a-b)$; ze kunnen ze verantwoorden en in beide richtingen toepassen;²¹
- kunnen vergelijkingen van de eerste graad met één onbekende oplossen;²²

- kunnen eenvoudige vraagstukken die te herleiden zijn tot een vergelijking van de eerste graad met één onbekende, oplossen;²³
- kunnen stelsels van 2 vergelijkingen met 2 onbekenden oplossen.²⁴

c. Meetkunde

De leerlingen

- kennen en gebruiken de meetkundige begrippen diagonaal, bissectrice, hoogtelijn, middelloodlijn, straal, middellijn, overstaande hoeken, nevenhoeken, aanliggende hoeken, middelpuntshoeken;²⁵
- herkennen evenwijdige stand, loodrechte stand en symmetrie in vlakke figuren en ze herkennen gelijkvormigheid en congruentie tussen vlakke figuren;²⁶
- kennen de basisconstructies uit de meetkunde en kunnen die toepassen, o.a. om veelhoeken in te schrijven in een cirkel;²⁷
- kennen de stelling van Pythagoras;²⁸
- herkennen figuren in het vlak, die bekomen zijn door een verschuiving, een spiegeling of een draaiing;²⁹
- hebben begrip van de kegelsneden en de verschillende constructiemogelijkheden ervan: cirkel, ellips, parabool, hyperbool;³⁰
- weten dat in een tweedimensionale voorstelling van een driedimensionale situatie, informatie verloren gaat;³¹
- herkennen kubus, balk, recht prisma, cilinder, piramide, kegel en bol aan de hand van een schets, tekening en dergelijke;³²
- kennen meetkundige eigenschappen zoals: de hoekensom in driehoeken en vierhoeken, eigenschappen van gelijkzijdige en gelijkbenige driehoeken, eigenschappen van zijden, hoeken en diagonalen in vierhoeken;³³
- kunnen de basisconstructies van de meetkunde lichamelijk in de ruimte vormen (als groep);³⁴
- kiezen geschikte eenheden en instrumenten om afstanden en hoeken te meten of te construeren met de gewenste nauwkeurigheid;³⁵
- gebruiken het begrip schaal om afstanden in meetkundige figuren te berekenen;³⁶
- kunnen de omtrek en oppervlakte van driehoek en vierhoek berekenen;³⁷
- kunnen:
 - het beeld bepalen van een eenvoudige vlakke meetkundige figuur door een verschuiving, spiegeling, draaiing;
 - symmetrieassen van vlakke figuren bepalen;
 - loodlijnen, middelloodlijnen en bissectrices construeren;³⁸
- kunnen zich vanuit diverse vlakke weergaven een beeld vormen van een eenvoudige ruimtelijke figuur met behulp van allerlei concreet materiaal;³⁹
- beschrijven en classificeren de soorten driehoeken en de soorten vierhoeken aan de hand van eigenschappen;⁴⁰
- begrijpen een gegeven eenvoudige redenering of argumentatie in verband met eigenschappen van meetkundige figuren.⁴¹

2.2.3. Vaardigheden

De leerlingen

- begrijpen en gebruiken wiskundige taal in eenvoudige situaties;⁴²
- passen communicatieve vaardigheden toe in eenvoudige wiskundige situaties;⁴³
- passen probleemoplossende vaardigheden toe, zoals:
 - het herformuleren van een opgave;
 - het maken van een goede schets of een aangepast schema;
 - het invoeren van notaties, het kiezen van onbekenden;
 - het analyseren van eenvoudige voorbeelden;⁴⁴
- leren precies werken met passer, liniaal, geodriehoek en graadboog.⁴⁵

2.2.4. Attitudes

De leerlingen

- leren problemen zelfstandig aanpakken;⁴⁶
- ontwikkelen zelfregulatie: oriëntatie, planning, bewaking, zelftoetsing en reflectie;⁴⁷
- leren werken met exactheid en nauwkeurigheid;⁴⁸
- leren beseffen dat in de wiskunde niet enkel het eindresultaat belangrijk is maar ook de manier waarmee het antwoord bekomen wordt;⁴⁹
- leren zich begrippelijk/begrijpelijk uitdrukken.⁵⁰

3. Leerinhouden

De volgorde der leerinhouden is niet verplicht. Wel wordt een onderscheid tussen eerste en tweede jaar gesuggereerd.

3.1. Getallenleer en algebra

- Vaardigheden uit de basisschool
 - hoofdrekenen
 - kleinste gemeen veelvoud
 - procentrekenen
 - breuken en decimale vormen
- Getallenverzamelingen
 - natuurlijke getallen
 - gehele getallen (invoeren van de *negatieve* getallen)
 - ordening
 - absolute waarde
 - tegengestelde getallen
 - rationale getallen
 - notatie als breuk
 - notatie als decimaal getal
 - uitbreiding van eigenschappen van bewerkingen in de drie verzamelingen
 - getallenas
- Bewerkingen
 - optelling
 - aftrekking
 - vermenigvuldiging
 - deling
 - machtsverheffing met natuurlijke getallen als exponent
 - vierkantsworteltrekking van de volkomen kwadraten
 - letterrekenen
 - hiërarchie (volgorde) der bewerkingen
 - met haakjes
 - procentberekening
 - rekenkundig gemiddelde en mediaan
 - eigenschappen en rekenregels van bewerkingen
- Eerstegraadsvergelijkingen met 1 onbekende
- Vraagstukken met 1 onbekende

- Vraagstukken met 1 of meer onbekenden

- Stelsel van 2 vergelijkingen met 2 onbekenden oplossen
 - substitutiemethode
 - combinatiemethode
 - eventueel: 3x3stelsels
- Machtsverheffing met gehele getallen als exponent
- Merkwaardige producten
 - eentermen en veeltermen
 - $(a \pm b)^2$
 - $(a + b)(a - b)$
 - eventueel:
 - $(a \pm b)^3$
 - $(a + b)(a^2 - ab + b^2)$
 - $(a - b)(a^2 + ab + b^2)$
- Ontbinden in factoren door afzonderen, toepassing van de merkwaardige producten en samennemen van termen
- Uitbreiding van de worteltrekking naar andere exponenten dan '2'
- Eventueel: introductie tot de verzamelingenleer (bewerkingen met verzamelingen en eigenschappen van deze bewerkingen)
- Eventueel (indien niet in Technologische opvoeding gegeven): binaire getallen: inleiding

3.2. Meetkunde

- Basisconstructies: volgende constructies kunnen worden behandeld:
 - overbrengen van een lijnstuk
 - overbrengen van een hoek
 - midden van een lijnstuk bepalen met middelloodlijn
 - bissectrice van een hoek
 - loodlijn oprichten in een punt van een rechte
 - loodlijn neerlaten op een rechte uit een punt
 - een rechte evenwijdig aan een andere rechte construeren
 - een lijnstuk in een gelijk aantal delen verdelen
 - toepassen van basisconstructies in veelhoeken
- Regelmatig ingeschreven veelhoeken in een cirkel (van 3-hoek tot 12-hoek is mogelijk)
- Verschillende soorten driehoeken en hun eigenschappen + omtrek en oppervlakte
- Verschillende soorten vierhoeken en hun eigenschappen + omtrek en oppervlakte
- Meetkundige begrippen
 - spiegeling om as
 - puntspiegeling
 - verschuiving
 - rotatie
 - samenstelling van spiegelingen
- Eventueel:
 - uitbreiding van de symmetrische figuren
 - meetkundige tekeningen in dit verband: vlakversiering, parket, ...
 - symmetrieën van veelhoeken

- Puntverzamelingen in het vlak (definities en constructies van meetkundige plaatsen)
 - cirkel
 - middelloodlijn
 - evenwijdige lijnen
 - middenparallel
 - concentrische cirkels
 - ellips
 - parabool
 - hyperbool
 - eventueel:
 - cirkel van Apollonius
 - cassinische curven
- Vermenigvuldiging van figuren (evt. met het begrip 'homothetie') en gelijkvormigheid van figuren
- Transformaties van figuren waarbij de oppervlakte gelijk blijft
- Stelling van Pythagoras
- Stereometrie: de platonische lichamen
- Eventueel: de gulden snede

4. Minimale materiële vereisten

In de klas moeten aanwezig zijn:

- een goed bord, duidelijk verlicht
- bordliniaal en bordpasser

De leerlingen hebben individueel of minstens per twee:

- een stevige, rechte liniaal met duidelijke cijferweergave
- een passer
- een graadboog
- een geodriekhoek

Uiteraard wordt gewerkt in schriften of op papier die/dat geschikt zijn/is om op te tekenen.

5. Methodologische wenken

Nieuwe elementen en begrippen worden zo mogelijk aangebracht vanuit concrete voorstellingen, waarna langzaam wordt losgekomen van de voorstelling. Via de beleving (en de beweging, zie hierna) komen de leerlingen tot abstracte regels.

Het bewegen is een essentieel element in de methode van de Rudolf Steinerscholen bij het aanbrengen van rekenkundige en meetkundige begrippen. Bij het aanbrengen van de negatieve getallen bewegen de leerlingen bijvoorbeeld in groep voor en achter een imaginaire nulgrens om de bewerkingen met negatieve getallen aan te leren. Bij het aanbrengen van meetkundige plaatsen vormen de leerlingen bijvoorbeeld gezamenlijk de figuren door lichamelijke te voldoen aan de door de leraar gestelde voorwaarden (bv.: 'Ga allemaal op een gelijke afstand van dit punt staan.')

De wiskunde wordt op 2 manieren gegeven:

- nieuwe leerstof wordt idealiter aangebracht tijdens ochtendperiodes: periodes van ca. drie weken waarin de leerlingen elke dag de eerste twee uren van de dag wiskunde krijgen; met deze methode kan zeer intensief gewerkt worden, zowel in de klas als thuis;
- het oefenend karakter van de wiskunde komt aan bod in wekelijks terugkerende lessen.

Voor de evaluatie zullen vooral de werkjes, taken en testen van de wiskundeperiodes in acht worden genomen.

De doelstellingen uit de hoofdstukken 2.2.3. en 2.2.4. moeten in alle lessen worden nagestreefd. Ze staan steeds op de achtergrond wanneer de leraar oefeningen opgeeft, taken verbetert of leerlingen helpt.

6. Bibliografie

- BERNHARD, Arnold, *Algebra für die siebte und achte Klasse an Waldorfschulen*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1991.
- BERNHARD, Arnold, *Geometrie für die siebte und achte Klasse an Waldorfschulen*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1993.
- BINDEL, Ernst, *Das Rechnen. Menschenkundliche Begründung und pädagogische Bedeutung*, Mellinger Verlag, Stuttgart, 1966.
- BINDEL, Ernst, *Die Arithmetik. Menschenkundliche Begründung und pädagogische Bedeutung*, Mellinger Verlag, Stuttgart, 1967.
- BINDEL, Ernst, *Die geistige Grundlagen der Zahlen*, Fischer Taschenbuch Verlag, Frankfurt am Main, 1983.
- BINDEL, Ernst, *Die Kegelschnitte. Ihre zeichnerische Gewinnung und ihre Beziehung zum Menschen*.
- FRANCESCHELLI, Amos, *Mathematics for Grades 6, 7 and 8*, The Association of Waldorf Schools of North America, New York, 1985.
- FUCKE, Erhard, *Wirtschaften, was ist das? Ein Lesebuch für Jugendliche zur Einführung in die Zusammenhänge des Wirtschaftslebens*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1993.
- GERSONS, Ruud, *Handelsrekenen. Kennismaking met zakelijk verkeer en activiteiten in het economische leven*, Stichting Vrij Pedagogisch Centrum, Driebergen, 1991.
- KOWOL, G., *Gleichungen, eine historisch-phänomenologische Darstellung*, Freies Geistesleben, Stuttgart, 1990.
- SANDERS, P.Th., *Onderbouw I*, Wolters Noordhof, Groningen, 1976.
- ULIN, Bengt, *Der Lösung auf der Spur. Ziele und Methoden des Mathematik. Erfahrungen aus der Waldorfpädagogik*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1987.
- VAN DER LINDEN, Kees, *Het ritmisch verloop van de machtsverheffing*, VPC, Driebergen, 1983.
- VON BARAVALLE, Herman, *Die Geometrie des Pentagramms und der goldene Schnitt*, Mellinger Verlag, Stuttgart, 1950.
- VON BARAVALLE, Herman, *Geometrie als Sprache der Formen*, Freies Geistesleben, Stuttgart, 1963.
- WYSS, Arnold, BÜHLER, Ernst, LIECHTI, Fritz, PERRIN, René, *Lebendiges Denken durch Geometrie*, Verlag Freies Geistesleben, Stuttgart, 1984.
- WILKINSON, R., *Teaching Mathematics*, (Guides to Teaching in R. Steiner Education), The Robinswood Prsse, 1990.
- , *Rekenen in beweging*, uitgegeven door de rekenwerkgroep van de Vrije Scholen in Nederland.